

R2000-2

**LA MISURAZIONE DEL RISCHIO DI CREDITO
PER UN PORTAFOGLIO DI FINANZIAMENTI BANCARI**

V. Lazzari – E. Laruccia

**LA MISURAZIONE DEL RISCHIO DI CREDITO
PER UN PORTAFOGLIO DI FINANZIAMENTI BANCARI**

Valter Lazzari - Emiliano Laruccia***

R2000-2

Editing: A. Perego

Milano, Febbraio 2000

* *Professore associato di Econ. Intermediari Finanziari, Un. Bocconi*
e-mail: valter.lazzari@uni-bocconi.it

** *Servizio Studi e Analisi Finanziaria, Banca Commerciale Italiana, Milano*
e-mail: elaruccia@bci.it

INTRODUZIONE

La misurazione e la gestione del rischio di credito è una delle aree della gestione bancaria in cui maggiore è la distanza creatasi nel sistema italiano fra teoria e pratica. Nuovi e sempre più sofisticati modelli vengono sviluppati dalla ricerca accademica e operativa dei Paesi anglosassoni. Tali approcci non sono purtroppo di agevole implementazione per le istituzioni bancarie italiane a causa della scarsa disponibilità di serie storiche su cui procedere alla stima dei parametri necessari per impostare analisi previsive *out of sample* o modelli di simulazione.

Il presente lavoro intende contribuire a sanare questa distanza fra teoria e pratica mostrando come, pur disponendo di informazioni storiche abbastanza limitate, si possa elaborare un semplice sistema di misurazione del rischio di credito a livello di portafoglio. Tale sistema riconosce la presenza di correlazione esistente nei tassi di insolvenza dei diversi gruppi di debitori e corregge per la speranza di recupero dei crediti in sofferenza.

Il lavoro è organizzato come segue. La prima sezione inquadra il sistema di misurazione del rischio di credito qui proposto per natura e obiettivi. La seconda descrive la base dati utilizzata. La terza definisce la procedura. La quarta illustra i risultati e la quinta tenta, pur fra mille limitazioni, un raffronto dei risultati della simulazione con quanto suggerito dall'esperienza storica della banca. La sesta parte conclude

1. RISCHIO DI CREDITO: DEFINIZIONE E MISURAZIONE

La misurazione del rischio di credito di un portafoglio prestiti può svilupparsi secondo due prospettive. Nella prima l'obiettivo consiste nel quantificare le possibili perdite dovute all'insolvenza da parte dei mutuatari. Nella seconda ci si preoccupa di stimare il possibile deprezzamento del valore del portafoglio prestiti a seguito di un

peggioramento del merito di credito o, anche, di un esogeno aumento del premio per il rischio di credito preteso dal mercato. Sebbene la seconda prospettiva domini nella recente lettura accademica americana e nei modelli operativi di misurazione del rischio di credito proposti da importanti istituzioni finanziarie e società di consulenza, l'analisi qui intrapresa segue il primo tipo di approccio.

In assenza di un mercato secondario dei crediti e di un mercato di *corporate bonds* di accettabile spessore, la performance dell'attività creditizia delle banche italiane è misurata da una contabilità a costi storici. Un sistema di valutazione del rischio di credito deve porsi in questa prospettiva per integrarsi con quello di *budgeting* e di *performance attribution* e contribuire in modo tangibile alla gestione del portafoglio di esposizioni creditizie sia prima che dopo il momento della concessione del finanziamento. *Ex ante*, può permettere l'adozione di tecniche di *pricing* coerenti con gli obiettivi di redditività a bilancio della banca. *Ex post*, può offrire un meccanismo efficiente di allocazione del capitale di rischio e facilitare la costruzione di più precise misure di RAPM (*risk adjusted performance*). Di conseguenza, in questo lavoro, il rischio di credito è inteso come rischio di mancato recupero della somma da parte di mutuatari insolventi, ossia come rischio di insolvenza. Si ignora, invece, il problema della volatilità del valore di mercato delle posizioni creditorie in essere.

Anche limitando la definizione del rischio di credito al solo rischio di insolvenza, tre restano gli approcci quantitativi possibili per una sua misurazione a seconda che si ricorra a modelli di insolvenza *option based*, piuttosto che a modelli di *scoring* o, in alternativa, a modelli di natura attuariale.

I modelli *option based* sfruttano la possibilità di assimilare i crediti verso un'azienda alla detenzione di un portafoglio composto da una posizione lunga in un titolo di stato privo di rischio e una corta in una opzione put scritta sull'azienda finanziata. Stante l'onere del debito, da interpretare come prezzo di esercizio della put, e il valore dell'azienda, dato dalla somma del valore del capitale di rischio e di quello di debito, si possono ricavare le probabilità di insolvenza dell'impresa mutuataria.

I modelli di *scoring* utilizzano tecniche di analisi dati (analisi discriminante e logit, reti neurali), per assegnare un punteggio (*score*) a ciascun debitore. Tale punteggio è direttamente correlato alla probabilità di insolvenza.

I modelli attuariali applicano alcuni principi sviluppati in campo assicurativo al fine di proporre una stima della distribuzione di un evento dannoso (l'insolvenza) nell'ambito di una predefinita popolazione (il portafoglio prestiti).

In generale, i modelli *option based* mostrano le loro migliori qualità se applicati alla valutazione del rischio di credito su *corporate bonds* emessi da imprese quotate. Difficile è, per contro, il loro impiego per i finanziamenti bancari a imprese non quotate mancando una rilevazione diretta dei dati di mercato necessari per rendere operativamente applicabili i modelli teorici. Non sono, pertanto, di interesse per l'analisi in esame.

I modelli di *scoring* hanno validità operativa più generale, ma di per sé non offrono una stima diretta e attendibile della distribuzione della probabilità di insolvenza delle posizioni creditorie. Ciò li rende molto utili per decisioni di natura dicotomica quali la concessione o il rifiuto del finanziamento. Sono invece meno fruibili allorquando si intenda costruire una distribuzione delle possibili perdite per insolvenza al fine di definire il *pricing* o quantificare la necessità di eventuali coperture in termini di capitale di rischio.

I modelli attuariali, al pari di quelli di *scoring*, sono applicabili alla generalità delle esposizioni creditizie di una banca. Tuttavia, per una loro proficua implementazione occorre distinguere la popolazione dei crediti in classi di rischio omogenee e, per ciascuna classe, si deve disporre di un'ampia base di osservazioni per la stima della distribuzione dell'evento dannoso. Queste due condizioni, specie se prese congiuntamente, sono difficili da riscontrare nelle banche italiane. La relativa rarità dell'evento insolvenza rende difficile una stima affidabile della distribuzione dell'intensità di *default* su partizioni multidimensionali delle esposizioni creditorie costruite avendo riguardo alle variabili determinanti la probabilità di insolvenza:

settore industriale, età dell'impresa, forza dei legami con gli intermediari finanziari, grado di copertura di garanzie reali, e via dicendo.

La tecnica di calcolo del rischio di insolvenza su un portafoglio crediti qui proposta combina l'approccio di *credit scoring* con quello attuariale. L'approccio di *scoring* è utilizzato per ottenere un numero limitato di classi di imprese caratterizzate al loro interno da una probabilità di insolvenza relativamente omogenea. Quello attuariale consente, per ciascuna di queste classi, di ottenere una distribuzione di probabilità sia per il numero di eventi di insolvenza che per l'ammontare delle perdite. E' così possibile disporre, pur in presenza di limitati database, di una procedura di misurazione del rischio in grado di ritornare l'intera distribuzione empirica delle possibili perdite

2. IL CAMPIONE DI ANALISI

Il campione di stima è costituito da 8230 imprese industriali e agricole affidate dalla Banca Commerciale Italiana a metà degli anni '90 e rappresentativi della clientela della banca..

La distribuzione geografica vede una predominanza delle imprese settentrionali, rappresentanti il 91.25% del campione, rispetto a quelle meridionali pari al restante 8.25%. E' questa una conseguenza sia del diverso grado di sviluppo della piccola e media impresa nelle due aree del Paese, sia del diverso radicamento territoriale della banca.

La distribuzione settoriale è invece più omogenea (tabella 1) tanto per numero di affidamenti quanto per importi affidati. Solo due comparti su 17 (metallurgia e vestiario) presentano un numero di affidamenti superiore al 10% del totale e solo tre contano per più del 10% dell'esposizione complessiva (i due precedenti più quello chimico).

**TABELLA 1. DISTRIBUZIONE DEL CAMPIONE DI IMPRESE
AFFIDATE PER SETTORE INDUSTRIALE**

Settore	Imprese (numero)	Imprese (percentuale)	Esposizione (percentuale)
Agricoltura	78	0.9%	0.41%
Alimentare	593	7.2%	9.48%
Altri manifatturieri	167	2.0%	0.94%
Chimica	756	9.2%	15.63%
Elettronica	193	2.3%	2.06%
Elettrotecnica	477	5.8%	6.18%
Energia	48	0.6%	4.73%
Gomma/plastica	388	4.7%	4.80%
Lav. Carta	381	4.6%	5.04%
Lav. Legno	422	5.1%	3.38%
Lav. Metallo	709	8.6%	5.80%
Meccanica	1613	19.6%	15.92%
Metallurgia	236	2.9%	2.16%
Mezzi trasporto	188	2.3%	1.65%
Non metalli	582	7.1%	7.92%
Pelli/calzature	191	2.3%	0.99%
Vestiaro	1208	14.7%	12.92%
TOTALE	8230	100.0%	100.00%

Per contro solo due sono i comparti la cui rilevanza non supera l'1% del totale in termini sia di numero che di importo dell'esposizione.

Quanto a dimensione misurata in termini di fatturato, quasi il 75% delle imprese presenti nel campione presentano ricavi compresi fra i 2 e i 5 miliardi (tabella 2). L'esposizione creditizia assunta nei loro confronti dalla Banca Commerciale Italiana è, in oltre la metà dei casi, contenuta sotto il mezzo miliardo di lire (tabella 3). Meno di un quarto delle imprese risulta indebitata presso la banca per importi superiore al miliardo.

**TABELLA 2. DISTRIBUZIONE DEL CAMPIONE
DI IMPRESE AFFIDATE PER DIMENSIONE (FATTURATO)**

Fatturato (in mld.)	Imprese (numero)	Imprese (percentuale)
< 2	293	3.56%
2 – 3	1797	21.83%
3 – 4	3198	38.86%
4 – 5	1948	23.67%
5 – 6	713	8.66%
> 6	281	3.41%

**TABELLA 3. DISTRIBUZIONE DEL CAMPIONE
DI IMPRESE AFFIDATE PER AMMONTARE DEL PRESTITO**

Ammontare prestito (in mld.)	Imprese (numero)	Imprese (percentuale)
< 0.5	4644	56.43%
0.5 – 1.0	1578	19.17%
1.0 – 1.5	693	8.42%
1.5 – 2.0	323	3.92%
2.0 – 2.5	235	2.86%
2.5 – 5.0	505	6.14%
> 5	252	3.06%

Delle 8230 imprese, 265, pari al 3.2% del campione, si sono rivelate insolventi entro due anni dalla data di iniziale rilevazione. Le restanti 7965, pari al 96.8% del campione, hanno puntualmente provveduto al servizio del debito.

3. IL DISEGNO DELL'ESPERIMENTO

La procedura di valutazione del rischio di credito sul suddetto portafoglio di esposizioni si compone di tre fasi:

- a) la suddivisione delle imprese per classi di score e l'ottenimento della distribuzione empirica o teorica del numero di *default* per ogni classe di rischio;
- b) un esercizio di simulazione che individui i crediti insolventi in ciascuna classe e quantifichi per ognuno il relativo *recovery rate*;
- c) la determinazione della distribuzione empirica delle perdite su crediti per l'intero portafoglio prestiti.

3.1. LA DISTRIBUZIONE DEL NUMERO DELLE INSOLVENZE PER CLASSI DI SCORE

A ciascuna impresa viene associato uno *score* ottenuto da una regressione logistica. La variabile dipendente dicotomica rappresenta l'eventuale intervenuto stato di insolvenza a due anni dalla data di osservazione (uno se è intervenuto, zero se no). E' funzione di predefinite variabili esplicative raggruppabili in tre distinte categorie:

- a) una variabile *dummy* di localizzazione geografica dell'impresa (Nord/Sud);
- b) due indicatori relativi alla situazione congiunturale del settore di appartenenza dell'impresa, vale a dire la variazione prevista del fatturato nominale e la variazione del rapporto autofinanziamento/fatturato;
- c) sette indicatori di bilancio¹ delle singole imprese, ossia:

¹ Tali indici sono stati selezionati tramite una procedura stepwise operata su un totale di 22 indici di bilancio.

- capitale netto/(capitale netto + debiti finanziari)
- autofinanziamento/debiti finanziari
- immobilizzi/capitali permanenti
- debiti a breve termine/liquidità
- oneri finanziari/fatturato
- ROE
- (attività correnti – magazzino)/passività correnti

Lo score prodotto dalla regressione logistica è compreso fra zero e uno. Perché il modello abbia potere esplicativo lo score deve risultare maggiore per le imprese rivelatesi poi insolventi. La bontà del modello è illustrata dai risultati riportati nelle tabelle 3 e 4.

La tabella 4 riporta la frequenza delle insolvenze e l'incidenza delle perdite per imprese appartenenti a 10 diverse classi di score. Passando dal gruppo di imprese con score compreso fra 0.9 e 1 a quello con score fra 0.0 e 0.1 l'incidenza delle insolvenze scende dal 13.46% allo 0.24% e, aspetto ancor più importante, la discesa è pressoché continua.

Non altrettanto può dirsi per la distribuzione dell'incidenza delle perdite soprattutto a causa della diversa numerosità dei 10 gruppi di rischio individuati. Imprese con uno score intermedio sono più numerose di imprese con score estremi, specie se elevati. Così, nonostante un tasso di sinistrosità ben lontano dal massimo registrato nella massima classe di rischio individuata, sono proprio le imprese con uno score compreso fra 0.5 e 0.6 a fornire il maggior contributo percentuale (22.2%) alle perdite complessive registrate sull'intero portafoglio prestiti.

**TABELLA 4. RISULTATI DEL MODELLO
DI REGRESSIONE LOGISTICA**

Classe di score	Numero di imprese	Percentuale di imprese insolventi nel gruppo	Percentuale di perdite nel gruppo
0.0 - 0.1	827	0.24%	0.3%
0.1 - 0.2	980	0.51%	0.2%
0.2 - 0.3	1192	0.59%	1.1%
0.3 - 0.4	1334	1.05%	3.8%
0.4 - 0.5	1364	2.13%	8.5%
0.5 - 0.6	1129	7.00%	22.2%
0.6 - 0.7	783	6.13%	14.7%
0.7 - 0.8	308	12.34%	16.6%
0.8 - 0.9	261	13.79%	19.9%
0.9 - 1.0	52	13.46%	12.8%

Per ovviare a questo problema si è anche provveduto a suddividere le imprese in classi di rischio non più omogenee per ampiezza dell'intervallo di score, bensì per numerosità della popolazione attribuita. Si sono cioè divise le imprese secondo i decili della distribuzione di frequenza degli score realizzati.

La tabella 5 mostra come, passando dal primo all'ultimo decile, il contributo alle perdite del portafoglio aumenta passando dallo 0.3% al 54.9%. La progressione, anche se molto più regolare del caso precedente non è tuttavia costante per due importanti ragioni².

Primo, le singole esposizioni presentano un importo unitario che come visto varia da poche centinaia di milioni ad alcuni miliardi. L'incertezza sulla natura del mutuatario

² *Ve ne è una terza di carattere tecnico. Stante la possibilità di score identici per più imprese, la numerosità dei "decili" presenta alcune lieve differenze.*

che, all'interno di una certa classe di imprese dal rischio omogeneo, diventa di fatto insolvente contribuisce in misura rilevante a definire la perdita potenziale.

Secondo, la tendenza delle imprese a formare dei cluster molto numerosi in un ristretto intervallo dei valori dei *score* aumenta il rischio di errore nella stima del tasso di sinistrosità. Ad esempio, pare poco plausibile che, passando da un intervallo di *score* [0.45 - 0.50] a uno [0.50 - 0.58], il tasso di sinistrosità possa più che raddoppiare per poi diminuire di nuovo di due punti percentuali passando al decile superiore caratterizzato da imprese con *score* compreso tra 0.58 e 0.66. La diversità degli *score* è troppo ridotta per ritenere che ad essa possano essere associate differenze così significative nei tassi di sinistrosità.

TABELLA 5. RISULTATI DEL MODELLO DI REGRESSIONE LOGISTICA (DECILI)

Decili score	Numero di imprese	Percentuale di imprese insolventi su totale	Percentuale delle perdite sul totale
0.0 - 0.10	827	0.24%	0.3%
0.10 - 0.18	829	0.48%	0.1%
0.18 - 0.25	828	0.36%	0.8%
0.25 - 0.32	802	0.87%	0.6%
0.32 - 0.38	820	1.22%	3.4%
0.38 - 0.45	840	1.79%	4.1%
0.45 - 0.50	819	2.93%	6.6%
0.50 - 0.58	808	7.18%	16.4%
0.58 - 0.66	837	5.02%	12.8%
0.66 - 1.0	820	12.20%	54.9%

Proprio la ripartizione delle imprese per classi di *score* utilizzata per valutare la bontà discriminativa del modello di *scoring* nella previsione delle insolvenze suggerisce la possibilità di utilizzarlo al fine di costruire un parsimonioso modello di valutazione del rischio di credito di natura attuariale. Poiché molteplici sono le variabili che influenzano la probabilità di insolvenza di un'esposizione, una efficiente stima del

tasso di sinistrosità delle diverse esposizioni attraverso la tecnica del campionamento stratificato, che provveda una ripartizione multidimensionale della popolazione secondo i diversi attributi ritenuti rilevanti, risulta di difficile praticabilità soprattutto in presenza di un numero di sinistri relativamente limitato. Lo *score*, in quanto sintesi di questi attributi, consente di non perdere le informazioni in essi contenute ai fini della valutazione del rischio di credito e, al contempo, di operare la ripartizione a livello unidimensionale.

Per suddividere le imprese nelle diverse classi di rischio in relazione allo *score* assegnato, si è preferito, per quanto sopra discusso, adottare il criterio dell'uniformità dell'ampiezza dell'intervallo dei valori degli *score* piuttosto che quello della numerosità della popolazione attribuita alle diverse classi. Di conseguenza, si distingue il dominio [0-1] in 10 intervalli di medesima ampiezza rappresentanti altrettanti classi di rischio cui assegnare le singole esposizioni in relazione ai rispettivi *score*. A tutti i crediti del gruppo "*i*", $i = 1, \dots, 10$, è attribuita una stessa probabilità di insolvenza, h_i , pari alla frequenza campionaria dei sinistri nel gruppo in esame.

Assumendo indipendenza degli stessi all'interno di una data classe, il numero delle insolvenze che vi si registra assume distribuzione binomiale con parametri N_i e h_i , laddove N_i è il numero dei crediti assegnati alla classe di rischio "*i*". Ritenendo N_i grande e h_i piccolo, per ciascuna classe di *score*, la realizzazione delle insolvenze può essere approssimata da una distribuzione di *Poisson* con intensità di arrivo pari a $\lambda_i = h_i * N_i$.

Sulla base della distribuzione binomiale, o di quella poissoniana, si genera tramite simulazione il numero delle imprese insolventi per ciascuna classe di rischio, H_i , $i = 1, \dots, 10$. Ripetendo la simulazione per un certo numero di cicli (es. 5000) si ottiene la distribuzione del numero delle perdite per le diverse classi di *score*.

Per ottenere questo risultato non è indispensabile impostare un esercizio di simulazione, essendo possibile far uso delle distribuzioni teoriche rappresentati il processo di arrivo delle insolvenze nelle varie classi. Se la distribuzione teorica

parametrizzata in base alle stime storiche delle insolvenze suggerisse che in una data classe di rischio vi è un 10% di probabilità di osservare 70 sinistri e un 12% di probabilità di osservarne 80, si può assumere che delle 5000 ripetizioni di cui consiste la simulazione, 500 abbiano prodotto 70 insolvenze e 600 ne abbiano prodotte 80.

Procedendo in questo modo, però, a fronte del beneficio in termini di minor *computing time* necessario, si deve sopportare il costo di gestire il problema degli arrotondamenti nel definire la distribuzione delle frequenze assolute del numero di insolvenze riscontrabili su un monte totale di 5000 ripetizioni della simulazione.

3.2. LA SIMULAZIONE DELLE IMPRESE INSOLVENTI E DEI RELATIVI RECOVERY RATE

Per passare dalla distribuzione di probabilità del numero delle insolvenze a quella dell'ammontare assoluto delle perdite occorre individuare all'interno di ciascuna classe di rischio quali sono i crediti insoluti e, per ognuno di essi, stimare la percentuale che può essere recuperata mediante azione legale.

Per identificare i crediti soggetti a insolvenza, in ciascuna delle ripetizioni della simulazione, dapprima si estrae senza reimmissione dalle urne rappresentanti le diverse classi di rischio, un numero di imprese pari a quello prodotto dal processo di quantificazione delle insolvenze. In un secondo tempo, a ciascuna delle imprese individuate come insolventi si associa un tasso di recupero estratto da una distribuzione teorica dei *recovery rate* appositamente stimata.

Rispetto al sistema di Credit Risk⁺ questa procedura ha il vantaggio di non perdere l'informazione sui singoli crediti in essere. Se un finanziamento resta insoluto, il suo contributo alla perdita su crediti è misurato sulla base del suo effettivo valore nominale, al netto del tasso di recupero assegnato, e non sul valore arbitrariamente attribuito dal modello a tutte le posizioni rientranti in una predefinita *exposure band*.

La metodologia quindi lascia spazio alla fonte di incertezza relativa alla dimensione esatta del danno subordinata alla realizzazione del sinistro.

Per stimare la distribuzione dei *recovery rate* da cui estrarre il tasso di recupero da associare a ciascun credito insoluto ci si è basati su un campione di 24.153 pratiche di contenzioso riguardanti finanziamenti a breve termine alle imprese concessi dalla Banca Commerciale Italiana e chiuse nel triennio 1995-97.

Di ciascuna pratica sono noti la percentuale recuperata del capitale prestato, le spese vive sostenute per il recupero e la durata del contenzioso. Mancano, invece, informazioni sulle spese fisse di struttura per la gestione del contenzioso, sull'eventuale incasso di interessi di mora e sullo scaglionamento dei flussi di recupero dal momento che, in genere, lo stesso non si materializza in un'unica soluzione, ma in più *tranche*.

Per ricavare dai tassi di recupero lordi dei corrispondenti tassi di recupero netti che riconoscano il valore monetario del tempo si è ipotizzato, seguendo le indicazioni dell'ufficio legale della banca, che il recupero abbia luogo in un'unica soluzione trascorsi i due terzi della vita del contenzioso e che il tasso di attualizzazione da applicare sia pari al 10%, ossia al livello medio del *prime rate* nel periodo 1995-1997 coperto dall'analisi.

Se ignorare gli interessi di mora tende a sottostimare il tasso di recupero, un effetto opposto è prodotto sia dalla mancata imputazione dei costi di struttura dell'ufficio contenzioso, sia dall'attualizzazione dei flussi di recupero al *prime rate*. Tale tasso risulta troppo favorevole in relazione al grado di rischio attribuibile agli impieghi oggetto di contenzioso. Di fatto, si assume che questi effetti contrapposti si elidano fra loro.

Valorizzare le somme recuperate al loro valore attuale e al netto dei costi diretti di recupero, invece che al loro valore nominale, riduce la frequenza dei recuperi di somme superiori all'80% dell'importo del credito concesso. Del resto, conteggiando

un valore monetario del tempo pari al 10% annuo, un finanziamento di 100 lire, recuperato per intero nel suo valore nominale, comporta un *recovery rate* effettivo di solo il 77.6% se il recupero si materializza dopo quattro anni.

Il tasso di recupero dei crediti non risente significativamente né della localizzazione geografica dell'impresa insolvente, né del settore di attività di questa, né, in linea con quanto riportato da Carty e Lieberman (1996b) della dimensione dell'impresa. E' però assai sensibile alla presenza di garanzie reali o personali sui finanziamenti.

Invece di stimare un'unica distribuzione dei tassi di recupero per l'insieme dei crediti in essere, si è pertanto proceduto a stimarne tre distinte: la prima applicabile ai finanziamenti assistiti da garanzia reale; la seconda a quelli assistiti da garanzia personale; la terza a quelli non garantiti.

In tutti e tre i casi, la distribuzione empirica dei tassi (attualizzati) di recupero risulta ben approssimata da una distribuzione teorica beta con forte dispersione e asimmetria negativa, in linea coi risultati presentati in letteratura da Asarnow & Edwards (1995) e da Carty & Lieberman (1996b).

La distribuzione beta è caratterizzata da due parametri, α e β , i cui valori possono essere recuperati dalla distribuzione empirica minimizzando la seguente funzione:

$$F(\alpha, \beta) = (\bar{v} - v)^2 + (\bar{m} - m)^2$$

$$\bar{v} = \frac{\alpha \cdot \beta}{(\alpha + \beta)^2 + (\alpha + \beta + 1)}$$

$$\bar{m} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$$

con v = varianza campionaria e m = media campionaria.

Una volta che un credito viene indicato dalla simulazione come insolvente, la procedura genera il tasso di recupero associato estraendo un numero da una delle tre distribuzioni teoriche beta generate a seconda del tipo di garanzia eventualmente esistente sul credito.

Diverso rispetto agli studi suddetti è il *recovery rate* medio dell'intero campione a disposizione. Carty e Lieberman (1996b) ottengono il valore più elevato, rispettivamente il 71% se misurato a partire dai prezzi di mercato secondario dei prestiti in sofferenza o il 79% se misurato in base al valore attuale dei documentati recuperi effettuati a seguito della dichiarata insolvenza. Asarnow & Edwards (1995) riportano un valore leggermente inferiore, pari al 65%. Nel campione dei prestiti passati a contenzioso della banca in esame il tasso medio di recupero si riduce al 22.5%, ossia a meno di un terzo di quelli evidenziati dalle analisi statunitensi.

Una differenza così marcata può trovare giustificazione o in una diversa composizione del campione analizzato o in differenze istituzionali ed economiche fra Italia e Stati Uniti. Sotto il primo profilo è da notare come la dimensione del database a disposizione dei ricercatori americani (58 e 229 a seconda della metodologia utilizzata per Carty e Liebermann; 831 per Edwards e Asarnow) sia notevolmente più contenuta rispetto a quella qui impiegata (24.153). Sotto il secondo profilo è documentato come in Italia il tempo medio di recupero dei crediti insoluti risulti ben maggiore che negli altri Paesi OCSE. Interagendo con i più alti tassi di interesse tipici dell'economia italiana degli ultimi decenni, questo ritardo nell'escussione dei valori dovuti è sicuramente responsabile per buona parte delle differenze osservate.

3.3. LA DISTRIBUZIONE EMPIRICA DELLE PERDITE SU CREDITI

A questo punto ogni ripetizione dell'esperimento di simulazione ha individuato le posizioni insolventi e i relativi tassi di recupero. Si potrebbe ottenere l'ammontare complessivo delle perdite sull'intero portafoglio crediti sommando le perdite sulle

singole posizioni riportate in ogni ripetizione, indipendentemente dalla classe d'appartenenza.

Implicito in questo modo di procedere è, però, l'ipotesi di indipendenza tra le distribuzioni dei tassi di arrivo delle insolvenze nelle diverse classi. Poiché una somma di poisson fra loro indipendenti di parametro λ_i si distribuisce ancora come una *poisson* di parametro $(\sum \lambda_i)$, il tasso di arrivo delle insolvenze a livello dell'intero portafoglio crediti della banca manterrebbe questa distribuzione con parametro $\lambda = \sum(N_i * h_i)$.

Tuttavia come ormai noto e documentato (CSFP 1997), la distribuzione empirica del numero delle insolvenze presenta una massa di probabilità nelle code della distribuzione ben maggiore di quanto suggerisca la poissoniana. Assumendo che il numero di insolvenze nei diversi anni sia estratto sempre dalla stessa distribuzione, per obbligazioni di *rating* B, Saunders (1999) riporta come Carty e Lieberman abbiano trovato che la standard deviation del numero delle insolvenze è pari a ben 1.89 volte la radice quadrata della media. Se si trattasse di valori estratti da una distribuzione di poisson il rapporto tra standard deviation e radice quadrata della media dovrebbe essere pari all'unità. La distribuzione empirica del numero delle insolvenze presenta pertanto un marcato fenomeno di *overdispersion* (l'89% in più) rispetto al tradizionale *benchmark* teorico della distribuzione poissoniana.

Poiché l'esperienza storica insegna che modellare il numero delle insolvenze come una distribuzione poissoniana porta a sottostimare il rischio di perdita reale, occorre ricorrere a ipotesi alternative capaci di generare la presenza di *fat tail* nella distribuzione del numero delle insolvenze utilizzata per la misurazione del rischio.

Diverse le soluzioni possibili. Duffie e Singleton (1998) propongono un esercizio di simulazione che accomodi per la possibilità di *joint credit event*. L'intensità di arrivo delle insolvenze per un portafoglio di esposizioni creditizie risulta data dall'intensità di arrivo delle insolvenze sulle singole posizioni più l'intensità di arrivo di fenomeni di insolvenza contemporanea di più debitori. Prevedere la possibilità di *joint credit event*

consente anche di modellare la presenza di correlazione nella realizzazione delle insolvenze fra diversi gruppi di debitori e, con complicazioni ulteriori, l'eventuale esistenza di processi di *mean reversion* nella propensione al fallimento delle imprese.

Uno stratagemma alternativo è proposto dal sistema di misurazione del rischio Credit⁺ sviluppato da CSFP (1997). Oltre all'incertezza sul numero effettivo di insolvenze annue, modellato come la realizzazione di una distribuzione di probabilità poissoniana, viene introdotta una seconda fonte di alea legata all'instabilità nel tempo della forma della distribuzione del numero di insolvenze.

Dal punto di vista economico l'espedito si giustifica con la presenza dei cicli economici sia generali che settoriali: l'intensità media di arrivo delle insolvenze è diverso negli anni di espansione economica rispetto a quelli di recessione. Poiché la distribuzione poissoniana è descritta da un solo parametro, mutare l'intensità media di arrivo delle insolvenze significa mutarne anche tutte le altre caratteristiche: dispersione, asimmetria, e via dicendo.

In realtà questo è un puro esercizio retorico per giustificare in modo attraente il ricorso a un importante risultato della teoria delle distribuzioni: una mistura di poissoniane fra loro indipendenti e caratterizzate da un parametro di intensità condizionale è in grado di rappresentare il fenomeno di *overdispersion* in forza del quale le distribuzioni empiriche di certi eventi dannosi presentano una varianza nettamente superiore alla media (Greenwood e Yule (1920) e Lundberg (1940)).

Nel lontano 1920 Greenwood e Yule introdussero per la prima volta una mistura gamma di distribuzioni di *Poisson* per descrivere la propensione a incorrere in incidenti da parte di un gruppo di autisti. Ciascun autista ha una propensione a commettere incidenti diversa in funzione della propria abilità di guida o del percorso servito. La propensione agli incidenti da parte degli autisti è descrivibile con distribuzioni di Poisson aventi una diversa intensità di arrivo. Se il parametro di

queste *poissoniane* a sua volta presenta una distribuzione gamma, la mistura di *poissoniane* (definibile come *gamma mixture*) che descrive la tendenza all'incidente per l'intero gruppo di autisti coincide con una distribuzione binomiale negativa.

Analogamente, se il tasso medio di arrivo delle insolvenze di un portafoglio crediti varia di anno in anno secondo una distribuzione gamma, le insolvenze registrate su un arco pluriennale sono rappresentabili anch'esse da una distribuzione binomiale negativa.

L'approccio di CSFP implicitamente assume indipendenza temporale fra le diverse distribuzioni di *poisson* descrittive il processo di arrivo delle insolvenze nei vari anni. Solo ricadendo nel caso di distribuzioni non identicamente distribuite, ma indipendenti, la mistura gamma di poisson si riduce a una binomiale negativa.

L'assunto di indipendenza seriale delle distribuzioni di periodo è, tuttavia, discutibile. Le variabili economiche che giustificano la volatilità nel tempo del tasso di arrivo delle insolvenze presentano forte correlazione seriale che, conseguentemente, si trasmette alle distribuzioni di *poisson* attribuibili ai diversi anni inclusi nel campione di stima.

Al di là di questi problemi metodologici, tuttavia, le banche italiane incontrano oggi insormontabili problemi di ordine pratico ad applicare il modello di CSFP. Mancando serie temporali sufficientemente lunghe non si possono stimare i parametri della distribuzione gamma descrittiva della variabilità nel tempo del tasso medio delle insolvenze da cui ottenere i parametri della binomiale negativa.

Inoltre, la presenza di correlazione e il comunque limitato numero di dati a disposizione rendono impossibile riproporre l'approccio CSFP sulla dimensione *cross section*, invece che su quella *time series*, nello spirito dell'originario lavoro di Greenwood e Walker. Contrariamente a quanto accade per gli autisti, non è immaginabile che le diverse classi di rischio dei finanziamenti presentino una tendenza all'evento dannoso fra loro indipendente. E comunque, segmentando il

campione in 10 o 20 classi di score, il *fitting* della distribuzione gamma ai diversi tassi di arrivo delle insolvenze resta statisticamente inaffidabile per il numero insufficiente di dati disponibili.

Proprio l'esistenza di una forte correlazione contemporanea fra i tassi di insolvenza di diversi gruppi di prenditori suggerisce la possibilità di ricorrere a un diverso espediente per ottenere l'*overdispersion* dei tassi di insolvenza riscontrata nella realtà.

Pur mancando statistiche che misurino direttamente la correlazione esistente tra tassi di insolvenza riferiti a gruppi di mutuatari bancari distinti per diverse classi di rischio, evidenza in tal senso è desumibile indirettamente dalle statistiche sul rapporto sofferenze impieghi riportati da Banca d'Italia per le diverse branche di attività economica.

La tabella 6 riporta il valore medio assunto dai coefficienti di correlazione di Spearman dei rapporti sofferenze/impieghi di un dato settore produttivo con i restanti. I valori sono, con un'unica eccezione, sempre superiori a 0.60 e la media complessiva è pari a 0.76. C'è quindi una consistente corrispondenza fra i *ranking* di sinistrosità nei diversi anni dei vari settori. Un alto tasso di sofferenze in un gruppo di mutuatari si accompagna inevitabilmente a un elevato tasso di insolvenza negli altri gruppi.

**TABELLA 6. CORRELAZIONE DI SPEARMAN TRA SOFF./IMPIEGHI
PER BRANCHE DI ATTIVITÀ ECONOMICHE**

Branche	Correlazione media
Prodotti Agricoli Silv. Pesca	0.84
Prodotti Energetici	0.05
Minerali Metalli	0.72
Minerali E Prodotti Non Metallici	0.83
Prodotti Chimici	0.81
Prodotti Metallo No Trasporti	0.85
Macchine Agricole E Industriali	0.81
Macchine Per Ufficio	0.75
Materiali E Forniture Elettriche	0.80
Mezzi Di Trasporto	0.84
Prod. Alimentari E Del Tabacco	0.82
Prodotti Tessili	0.60
Carta, Stampa Editoria	0.84
Prodotti In Gomma	0.84
Altri Industriali	0.84
Edilizia	0.74
Commercio	0.83
Alberghi	0.81
Trasporti Interni	0.67
Trasporti Marittimi	0.70
Servizi Connessi Ai Trasporti	0.82
Comunicazioni	0.80
Altri Serv. Destinati Alla Vendita	0.80
Media	0.76

Questi valori sovrastimano però l'intensità di correlazione effettiva rilevante ai fini del presente studio essendo riferiti a serie costituite da rapporti fra stock di sofferenze e stock di impieghi invece che da rapporti fra variazioni di sofferenze e stock di

impieghi. Un *joint credit event* limitato a un unico periodo di campionamento può, attraverso un effetto di trascinamento, determinare una rilevante correlazione fra più osservazioni riferite agli stock mentre esaurirebbe il suo effetto in un'unica osservazione delle serie relative alle variazioni.

Per far sì che la simulazione rifletta la presenza di correlazione si è evitato di ottenere le 5000 osservazioni sulle perdite complessive di portafoglio aggregando i risultati conseguiti dai diversi gruppi nella stessa ripetizione. Questa procedura avrebbe infatti implicato una assunzione di indipendenza dei tassi di arrivo delle insolvenze che è negata dall'evidenza empirica.

Si sono invece disposti i risultati sulle insolvenze riscontrate in ciascun gruppo nelle varie ripetizioni in ordine crescente di numero. Su questa base si è poi proceduto alla loro aggregazione ottenendo il numero complessivo di insolvenze sull'intero portafoglio.

Di fatto si è assunto, in modo altamente prudenziale, una correlazione di rango pari a 1 nel numero delle perdite delle diverse classi. La prima osservazione delle perdite totali di portafoglio è data dalla somma del numero minimo delle perdite registrato da ciascun gruppo nelle ripetizioni eseguite. L'ultima osservazione rappresenta invece la somma del massimo numero di perdite fatte registrare da ciascun gruppo.

Dal momento che la metodologia proposta di valutazione del rischio ammette la presenza di una duplice incertezza nella quantificazione dell'importo dei singoli sinistri (l'individuazione del credito da associare all'evento insolvenza e la quantificazione del recovery rate), la perfetta correlazione di rango nel numero delle insolvenze non si traduce in una perfetta correlazione di rango nell'importo delle perdite. Quest'ultima dovrebbe risultare non solo inferiore a 1, ma, anche ai valori riscontrati nelle statistiche Banca d'Italia, distorti al rialzo per il motivo in precedenza discusso.

Per contro la procedura assume un valore nullo per la correlazione tra eventi di insolvenza di singoli crediti appartenenti a una stessa classe di rischio. L'assunto si dimostra accettabile alla luce dell'evidenza empirica disponibile per il mercato dei *corporate bonds* statunitense. Lucas (1995) infatti mostra come la correlazione fra i tassi di insolvenza sia pressoché nulla in presenza di mutuatari di alto standing creditizio e assuma valori significativi solo se la relazione esaminata interessi mutuatari con rating scadenti. Su un arco temporale annuale, ad esempio, l'unica correlazione un minimo diversa da zero intercorre tra bonds con rating B (la peggior classe esaminata) per i quali si registra il valore di 0.07. Su un arco biennale il valore sale a 0.16 e assume un minimo di rilievo anche la correlazione tra bond della classe immediatamente superiore (Ba) per i quali si registra un valore di 0.06. Anche in questi casi estremi si tratta comunque di valori trascurabili, con uno scostamento da zero di dubbia significatività statistica che, per altro, Lucas non riporta.

4. I RISULTATI

La tabella 7 riporta le statistiche descrittive della simulazione.

**TABELLA 7. STATISTICHE RIASSUNTIVE
DISTRIBUZIONE PERDITE**

	PERDITA %	NUMERO INSOLVENZE
MEDIA	3.4450	265
DEV. ST.	0.714	44
MASSIMO	6.5623	412
MINIMO	1.447	128
VAR - 5%	4.6728	340
VAR - 1%	5.2980	376
VAR - 0.1%	5.9040	412

Il numero medio delle insolvenze prodotte dalle cinquemila ripetizioni è pari a 265, ossia al 3.22% dei crediti in essere, in linea col valore del campione di stima utilizzato per la parametrizzazione iniziale dell'esercizio di simulazione.

Più interessante è il dato relativo alla *standard deviation* del numero delle insolvenze. Pari a 44, rappresenta lo 0.53% del numero delle esposizioni in essere.

Il rapporto fra *standard deviation* e radice quadrata della media è di 2.70, ben superiore, non solo al valore unitario che si dovrebbe registrare nel caso di distribuzione poissoniana, ma anche al valore di 1.89 registrato da Carty e Lieberman (1996a)³ relativamente ai tassi di insolvenza delle obbligazioni con rating B. La marcata *overdispersion* ottenuta fa sì che la distribuzione simulata del numero delle perdite possa essere considerata alquanto prudentiale.

Poiché l'esercizio di simulazione identifica per ogni evento di insolvenza rilevato l'impresa colpita, è immediato risalire dalla distribuzione del numero delle perdite a quella del valore delle perdite. La perdita media complessiva nelle 5000 ripetizioni assomma al 3.45% del valore dell'intero portafoglio prestiti.

In un'ottica di gestione del rischio, tuttavia, interessa soprattutto la coda destra della distribuzione, relativa alla massa di probabilità associabile alle perdite estreme. Il 99.9 percentile della distribuzione è pari al 5.90%. La probabilità di perdere una somma superiore al 5.90% dell'esposizione creditizia globalmente in essere è pertanto limitata allo 0.1%.

³ Vale quanto già detto sull'incerta attendibilità di questo dato.

4.1. UN'ANALISI DI SENSITIVITÀ DEI RISULTATI

Per effetto della tecnica utilizzata per ottenerlo, il fenomeno di *overdispersion* del numero delle insolvenze dipende dal numero di classi in cui si segmenta il portafoglio prestiti. La procedura assume infatti assenza di correlazione nell'arrivo delle insolvenze all'interno di ogni singola classe, ma perfetta correlazione di rango fra i tassi di arrivo delle diverse classi. Aumentando il numero di classi, e quindi diminuendo il numero medio di imprese presenti in ciascuna di esse, aumenta pertanto la possibilità di eventi estremi, sia positivi che negativi, in termini di insolvenze cui risulta esposto il portafoglio crediti.

Si è pertanto proceduto a un'analisi di sensibilità al fine di verificare come si modifica la distribuzione simulata del numero e dell'importo delle perdite segmentando il portafoglio da due a 10 classi di rischio. Considerata la possibile imprecisione delle stime puntuali dei valori degli *score*, si è preferito non considerare ripartizioni più fini del portafoglio. Aumentare ulteriormente il numero delle classi significa ridurre l'intervallo dei valori degli *score* su cui le stesse risultano definite con conseguente minore attendibilità di una corretta assegnazione delle esposizioni e dei tassi di sinistrosità conseguenti.

Come situazione *benchmark*, inoltre, si è provveduto al calcolo della distribuzione del numero e dell'importo delle perdite sotto l'assunto di totale assenza di correlazione sia nel rischio di insolvenza associabile ai diversi debitori di una stessa classe, sia fra i tassi di arrivo dei sinistri delle diverse classi ($\rho = 0$).

La tavola 8 riporta le statistiche descrittive della distribuzione simulata del numero delle insolvenze di portafoglio nei diversi casi considerati.

Com'era da attendersi, il numero medio delle insolvenze resta sempre pari 265, mentre variano sensibilmente i valori della *standard deviation* e dei percentili estremi.

**TABELLA 8. ANALISI DI SENSITIVITÀ
DEL NUMERO DELLE INSOLVENZE**

	ρ = 0	2 classi	4 classi	5 classi	6 classi	8 classi	9 classi	10 classi
Media (M)	265	265	265	265	265	265	265	265
Std. Dev. (SD)	15.82	20.79	28.64	32.27	34.63	39.75	42.37	44.37
SD / √M	0.97	1.28	1.76	1.98	2.13	2.44	2.60	2.72
95.0% percentile	292	300	313	320	323	331	337	340
99.0% percentile	304	316	335	345	348	360	369	376
99.9% percentile	314	331	353	378	380	391	402	412

Nel caso *benchmark* di totale assenza di correlazione fra il tasso di insolvenza dei diversi gruppi, la *standard deviation* è pari a 15.82, la metà di quanto registrato prevedendo perfetta correlazione di rango fra 10 classi di score.

Il rapporto fra *standard deviation* e radice della media della distribuzione delle insolvenze è pari a 0.97, perfettamente in linea con quanto ci si attende da una distribuzione di *poisson*, quale diventa la distribuzione delle perdite per l'intero portafoglio in assenza di correlazione fra i tassi di insolvenze nelle diverse classi di rischio.

Un'*overdispersion* nel numero delle insolvenze simile a quella riportata da Carty e Lieberman (1996a) sulle obbligazioni con rating B la si riscontra suddividendo il portafoglio dei crediti prestati in cinque distinte classi di rischio. Per l'intero portafoglio il rapporto tra standard deviation e radice quadrata della media del numero delle insolvenze risulta pari a 1.98, valore assai vicino all'1.89 riportato dai due studiosi statunitensi.

Meno sensibile al numero della classi individuate è, fortunatamente, la distribuzione del valore delle perdite a livello di portafoglio le cui statistiche sono riportate in tabella 9.

TABELLA 9. ANALISI DI SENSITIVITÀ DELL'AMMONTARE DELLE PERDITE (SUL TOTALE PORTAFOGLIO)

	$\rho = 0$	2 classi	4 classi	5 classi	6 classi	8 classi	9 classi	10 classi
Media (M)	2.76%	3.46%	3.43%	3.53%	3.64%	3.57%	3.61%	3.44%
Std. Dev. (SD)	0.40%	0.53%	0.58%	0.62%	0.68%	0.70%	0.73%	0.71%
SD / \sqrt{M}	0.241	0.284	0.312	0.331	0.356	0.372	0.389	0.385
VAR - 5%	3.465%	4.408%	4.438%	4.600%	4.802%	4.751%	4.84%	4.673%
VAR - 1%	3.790%	4.812%	4.952%	5.095%	5.340%	5.313%	5.46%	5.298%
VAR - 0.1%	4.229%	5.194%	5.589%	5.653%	5.946%	5.856%	6.10%	5.904%

Al contrario di quanto accade per il numero delle insolvenze, il valore percentuale medio dell'ammontare delle perdite non risulta costante in quanto non invariante al numero di classi utilizzate è il processo di individuazione delle imprese insolventi.

Se si esclude la situazione *benchmark* di totale assenza di correlazione, la variabilità del valore medio delle perdite in percentuale dell'esposizione totale risulta abbastanza contenuta. Esso fluttua tra il 3.43% e il 3.63% dell'esposizione complessiva di portafoglio, senza mostrare alcun trend direzionale.

Il valore significativamente inferiore della perdita media di portafoglio che caratterizza il caso *benchmark* dipende dalla combinazione di due caratteristiche rilevanti del campione utilizzato: la maggior numerosità delle imprese con score inferiore a 0.5 rispetto a quelle con score superiore e la concentrazione delle esposizioni più rilevanti per ammontare in questo secondo gruppo di imprese (tabella 10).

**TABELLA 10. DIFFERENZE NOTEVOLI TRA IMPRESE
CON SCORE SUPERIORE E INFERIORE A 0.5**

	Score < 0.5 (imprese migliori)	Score > 0.5 (imprese peggiori)
Frequenza delle insolvenze	1.0%	8.2%
Numero	5.697	2.532
Importo medio (milioni)	864	1.413
Importo totale	4.921.541	3.577.030

Il valore della standard deviation delle perdite aumenta al crescere del numero delle classi di rischio utilizzate, ma in misura decrescente. Passando da due a sei classi di rischio la standard deviation dell'incidenza delle perdite aumenta dello 0.15%, salendo da 0.52% a 0.67%. Aggiungendo altre quattro classi l'incremento è contenuto in uno 0.04%, arrivando la standard deviation a 0.71% in presenza di 10 distinte classi di rischio.

Analoga tendenza alla stabilizzazione ricorre nei valori dei percentili più elevati della distribuzione. Nel 99% dei casi la perdita non eccede valori definiti in un intorno di 5.30% dell'esposizione complessiva, mentre nel 99.9% resta sempre di qualche frazione di punto sotto il 6% sia che si segmenti il campione in 6, 8 o 10 classi di rischio. Questo risultato assicura che la stima del valore a rischio del portafoglio sia accettabilmente robusto al variare del numero di classi di rischi.

Nel definire tale numero può essere opportuno, per rispetto alla logica della procedura, assicurarsi che la segmentazione prescelta consenta di ottenere una stima del tasso di insolvenza crescente in modo strettamente monotono al crescere delle classe di score. Qualora la regola fosse applicata nel problema qui in esame si dovrebbe optare per una classificazione delle imprese in 9 gruppi.

4.2. UN'ANALISI DI WORST CASE SCENARIO

Come *worst case* scenario è possibile proporre l'aggregazione delle perdite simulate per le diverse classi nelle varie ripetizioni dell'esperimento sulla base della graduatoria costruita non per numero di insolvenze ma per valore delle stesse.

Trattasi di uno scenario estremo in quanto cattura l'eventualità che sussista una elevata correlazione tra le diverse classi di rischio rispetto a tutte e tre le fonti di incertezza cui il portafoglio risulta esposto: il possibile intervenire di situazioni di insolvenza; la dimensione delle perdite ad esse associate e il tasso di recupero realizzato. Per comprendere l'estremo pessimismo degli assunti alla base di questo scenario si consideri che una correlazione di rango pari a 1 nell'ammontare delle perdite risulta ben maggiore di quella, già di per sé notevolmente distorta al rialzo, relativa alle statistiche banca d'Italia e pari a 0.82.

La tabella 11 riporta le statistiche descrittive della distribuzione delle perdite, per numero e ammontare, prodotte da questo secondo tipo di simulazione in presenza di una partizione del portafoglio in 10 classi di rischio.

**TABELLA 11. STATISTICHE RIASSUNTIVE
DISTRIBUZIONE PERDITE**

	PERDITA	NUMERO INSOLVENZE
MEDIA	3.44%	265
DEV. ST.	1.22%	27.27
MASSIMO	9.55%	1.67
MINIMO	0.90%	166
VAR - 5%	5.82%	308
VAR - 1%	7.03%	324
VAR - 0.1%	8.43%	343
<i>Shortfall probability - BIS</i>	<i>0.24%</i>	

L'attuale coefficiente di solvibilità previsto dagli accordi di Basilea obbliga la banca ad accantonare su questo portafoglio crediti un ammontare di capitale di vigilanza pari all'8% dei finanziamenti accordati. Anche sotto condizioni molto negative in termini di correlazioni esistenti nella probabilità e nella gravità delle insolvenze, il patrimonio di vigilanza risulta adeguato a coprire interamente le perdite nel 99.76% dei casi. La probabilità di incapienza è limitata allo 0.24% e, anche qualora intervenisse, risulterebbe abbastanza contenuta. Il peggiore risultato in assoluto proposto dalla simulazione consiste, infatti, in una perdita pari al 9.55% del valore del portafoglio.

Le tabelle 12 e 13 ripropongono un'analisi di sensitività dei risultati al numero di classi scelte in presenza del *worst case scenario*.

TABELLA 12. ANALISI DI SENSITIVITÀ DEL NUMERO DELLE INSOLVENZE (WORST CASE SCENARIO)

	$\rho = 0$	2 classi	4 classi	5 classi	6 classi	8 classi	9 classi	10 classi
Media (M)	265.56	265.53	264.52	265.37	264.96	264.90	265.04	265.24
Stand. Dev. (SD)	15.82	16.38	19.23	20.72	21.47	24.17	25.56	27.27
SD / \sqrt{M}	0.97	1.01	1.18	1.27	1.32	1.48	1.57	1.67
95% percentile	292	293	295	299	300	302	304	308
99% percentile	304	304	307	313	311	317	317	324
99.9% percentile	314	315	321	328	325	334	341	343

La coda positiva della distribuzione delle perdite tende, anche che in misura minore di quanto riscontrato nel caso di perfetta correlazione di rango nel numero delle insolvenze, a stabilizzarsi in presenza di una segmentazione del portafoglio crediti in sei o più distinte classi di rischio. Il VAR calcolato con una significatività dell'1% sale dal 5.11% al 6.64% passando dalla distinzione di due classi di rischio a una in sei classi di rischio, con un incremento del 1.5%. Per contro passando da 6 a 10 classi di rischio l'aumento del VAR stimato risulta contenuto in meno di 40 basis point dal momento che raggiunge solo il 7.03%.

TABELLA 13. ANALISI DI SENSITIVITÀ DELL'AMMONTARE DELLE INSOLVENZE (WORST CASE SCENARIO)

	$\rho = 0$	2 classi	4 classi	5 classi	6 classi	8 classi	9 classi	10 classi
Media (M)	2.76%	3.46%	3.44%	3.53%	3.64%	3.57%	3.61%	3.45%
Stand. Dev. (SD)	0.40%	0.62%	0.82%	0.95%	1.09%	1.20%	1.28%	1.23%
SD / \sqrt{M}	0.24	0.33	0.44	0.51	0.57	0.64	0.67	0.66
VAR 5%	3.465%	4.574%	4.925%	5.263%	5.668%	5.835%	6.07%	5.818%
VAR 1%	3.790%	5.110%	5.718%	6.160%	6.642%	7.042%	7.24%	7.033%
VAR 0.1%	4.229%	5.611%	6.715%	7.113%	7.732%	8.077%	8.68%	8.431%
Shortfall probability BIS (perdita = 8%)	0%	0%	0%	0.02%	0.06%	0.18%	0.36%	0.24%

5. UN TENTATIVO DI CONFRONTO CON L'ESPERIENZA STORICA

Per valutare in modo adeguato la bontà della procedura di quantificazione del rischio di credito qui proposta sarebbe necessario disporre di un campione di verifica *out of sample* dei risultati ottenuti. La carenza di dati di cui si soffre già a livello di campione di stima rende ciò impossibile.

Una soluzione di *second best* per valutare la performance della procedura consiste nel verificare la coerenza della distribuzione simulata delle perdite ottenute con quella storicamente conosciuta dalla banca nel suo complesso.

L'attendibilità del confronto deve essere scontata per i limiti di rappresentatività del portafoglio qui analizzato nei confronti di quello della complessivo della banca che sicuramente non potrà essere rimasto costante nel corso degli anni non foss'altro per effetto delle espansioni territoriali intervenute, dei mutamenti legislativi e delle *policy guidelines* che disciplinano l'erogazione dei fidi.

Anche ammettendo una rappresentatività perfetta resta il problema che il sistema informativo della banca mantiene memoria storica solo dello stock complessivo delle

insolvenze e dei finanziamenti in essere a fine mese per il periodo aprile 1977 - agosto 1997.

Non risulta, pertanto possibile, neppure a livello di banca correlare la dimensione delle perdite subite in un dato arco temporale allo *stock* dei finanziamenti regolarmente in essere all'inizio del periodo considerato. L'unico raffronto che può essere proposto, per altro molto grezzo, è quello fra la distribuzione simulata delle perdite ricavata dal portafoglio in esame e il rapporto sofferenze impieghi a livello di banca. Poiché non il 100% delle sofferenze si trasforma in perdita si è provveduto a scontare il volume delle sofferenze per il tasso medio di recupero quantificato per la banca pari al 22.5%.

La percentuale delle perdite sono state approssimate rapportando le sofferenze così corrette agli impieghi in essere t periodi prima con $t = 0, 6, 12, 18, 24, 30$ mesi. All'aumentare dell'orizzonte temporale la stima dell'incidenza delle perdite diventa sempre più distorta per eccesso dal momento che si assume che dei finanziamenti erogati negli ultimi t mesi nessuno sia ancora passato a sofferenza.

I risultati della simulazione si dimostrano coerenti con quelli della storia. La tabella 14 confronta le caratteristiche delle due distribuzioni simulate delle perdite in percentuale sul valore del portafoglio con quelle delle distribuzioni storiche del rapporto sofferenze impieghi corretto per il tasso di recupero medio costruite in relazione a diversi valori di t utilizzando 236 dati mensili coprenti il periodo aprile 1977 - agosto 1997. Migliore intuizione visiva della somiglianza fra distribuzione storica e quella empirica può essere inoltre guadagnata dall'osservazione dei diversi riquadri della figura 1.

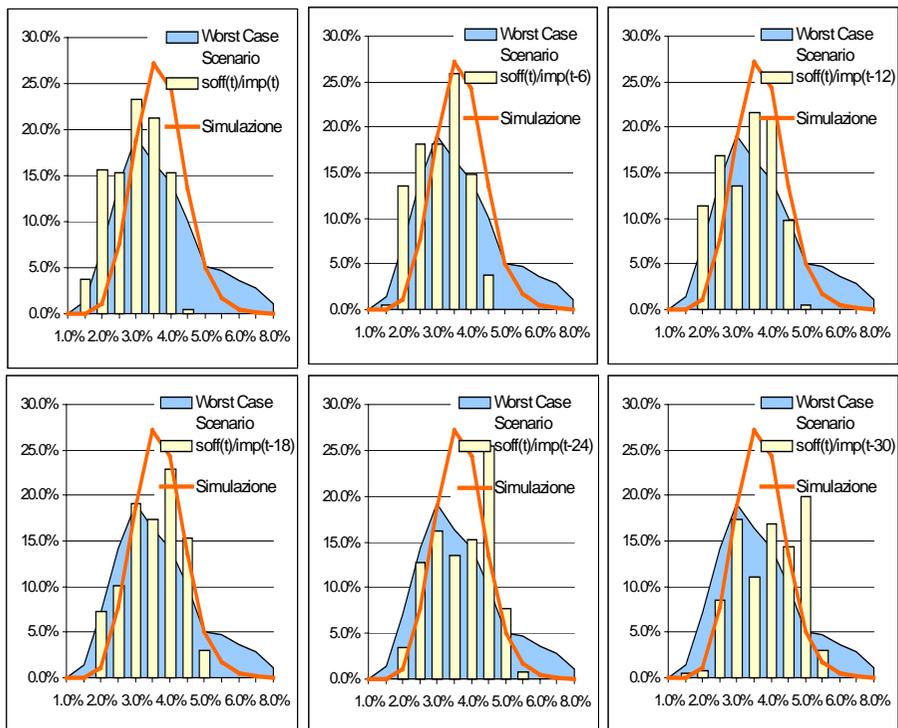
Il *fit* della distribuzione simulata rispetto a quelle storiche è eccellente e da ritenersi già di per sé prudentiale. La percentuale media delle perdite pari al 3.44% è superiore al corrispondente valore delle distribuzioni storiche costruite con t inferiore o uguale a 18 mesi. a meno che il ritardo qualunque sia il valore di t considerato.

TABELLA 14. STATISTICHE RIASSUNTIVE DELLA DISTRIBUZIONE CORRETTA DEL RAPPORTO SOFF./IMPIEGHI STORICHE E DELLA DISTRIBUZIONE SIMULATA DELLE PERDITE SU CREDITI (IN PERCENTUALE).

	Soff(t)/ Imp(t)	Soff(t)/ Imp(t-6)	Soff(t)/ Imp(t-12)	Soff(t)/ Imp(t-18)	Soff(t)/ Imp(t-24)	Soff(t)/ Imp(t-30)	SIMUL.	W. CASE SCENARIO
MEDIA	2.70	2.87	3.06	3.27	3.47	3.68	3.44	3.44
ST.DEV	0.67	0.70	0.73	0.78	0.84	0.87	0.71	1.22
MAX	4.07	4.31	4.55	4.77	5.09	5.26	6.56	9.55
MIN	1.40	1.46	1.64	1.76	1.67	1.14	1.44	0.90
VAR 0.1%	3.86	4.11	4.39	4.65	4.96	5.19	5.90	8.43
VAR 1%	3.86	4.11	4.39	4.65	4.96	5.19	5.29	7.03
ASIMM.	-0.18	-0.12	-0.13	-0.17	-0.21	-0.30	0.32	0.92

I valori a rischio relativi alla coda superiore della distribuzione simulata risultano invece sempre più prudentziali di quelli suggeriti dalla storia. Anche ponendo $t = 24$, la distribuzione storica suggerisce un VAR all'1% di significatività pari al 5.09% e all'0.1% pari al 5.20%, laddove la simulazione otteneva valori rispettivamente di 5.29% e 5.90%. infatti il VAR con un 1% di significatività. I valori molto più cautelativi prodotti dall'analisi di *worst case scenario* (7.03% e 8.43%) risultano pertanto fin troppo cautelativi alla luce dei risultati della *lending policy* seguita dalla banca nel tempo.

FIGURA 1. DISTRIBUZIONE CORRETTA DEL RAPPORTO SOFF./IMPIEGHI STORICHE E DELLA DISTRIBUZIONE SIMULATA DELLE PERDITE SU CREDITI



6. SINTESI E CONCLUSIONI

Il lavoro propone una metodologia di stima del valore a rischio del portafoglio crediti coerente con la presenza di una contabilità a costi storici dei valori delle posizioni e di agevole implementazione anche per banche che dispongono di un limitato campione di osservazioni storiche.

Pur vicina alla logica sottostante il modello proposto da Credit Suisse, infatti, questa procedura riesce a dar conto del fenomeno di *overdispersion* nel numero delle insolvenze senza obbligare a una stima della variabilità nel tempo del tasso medio delle insolvenze, compito impossibile da assolvere in presenza di serie storiche al momento limitate a pochi anni.

BIBLIOGRAFIA

- Carty, L.V., D. Lieberman, 1996, *Defaulted bank loan recoveries*, Moody's Investor Service Global Credit Research, November
- Carty, L.V. e D. Lieberman, 1996, *Corporate bond defaults and default rates 1938-1995*, Moody's Investor Service Global Credit Research, January
- Credit Suisse Financial Products, 1997, *Creditrisk+: A Credit Risk management Framework*, CSFP
- Duffie, D e K. Singleton, 1998, *Simulating correlated defaults*, mimeo, Stanford University
- Edwards, D. e E. Asarnow, 1995, *Measuring loss on defaulted bank loans: a twenty four year study*, Journal of Commercial Bank Lending, v. 77, n. 7, pp. 11-23
- Greenwood M. e G.U. Yule, 1920, *An inquiry into the nature and frequency distributions representative of multiple happenings with particular reference to the occurrence of multiple attacks of disease or of repeated accidents*, Journal of Royal Statistical Society, Series A, 83, 255-279
- Keenan, S.C., 1999, *Historical default rates of corporate bonds issuers, 1920-1998*, Moody's Investors Service Global Credit Research, gennaio
- Lucas, D.J., 1995, *Default correlation and credit analysis*, *The journal of fixed income*, v.4, n.4, pp. 76-87
- Lundberg, O., 1940, *On random processes and their application to sickness and accident statistics*, Almquist and Wicksells
- Saunders A., 1999, *Credit risk measurement*, Wiley

Ultimi studi apparsi nella collana "Ricerche"

- R98-16** Federico Franzina e Gian Luca Pozzi, *La gestione dei rischi d'impresa: l'utilizzo di una società captive di riassicurazione lussemburghese*, Ottobre 1998
- R98-17** R. Hamai - G. Quarantini, *La tassazione delle attività finanziarie italiane in capo ai soggetti non residenti. Quadro normativo ed effetti economici*, Ottobre 1998
- R98-18** L. Ruggerone, *Seigniorage, inflation and the optimal speed of transition*, November 1998
- R98-19** F. Caputo Nasseti, *I rischi presenti nei Credit Derivatives*, Dicembre 1998
- R98-20** M. Esposito, *L'algebra del metodo "Eva"*, Dicembre 1998
- R99-1** G. D'Agostino, *Fund Manager Compensation Scheme and Investment Performance: An Empirical Investigation*, January 1999
- R99-2** F. Pedriali, *Metodi di valutazione delle aziende quotate*, Gennaio 1999
- R99-3** A. Fabbri, *Sistemi finanziari nazionali e grado di competitività delle imprese*, Marzo 1999
- R99-4** A. Fabbri, *Implicazioni della Pecking order theory sul comportamento finanziario delle imprese italiane: un'ipotesi di indagine*, Marzo 1999
- R99-5** A. Fabbri, *Principali implicazioni della pecking order theory: una verifica empirica*, Marzo 1999
- R99-6** F. Addolorato - A. Ancona – S. Giudici – E. Laruccia, *L'utilizzo dell'intelligenza artificiale nei processi di asset allocation*, Maggio 1999
- R99-7** S. Trenti, *La competitività tecnologica dei settori industriali italiani: una analisi empirica*, Luglio 1999
- R99-8** U. Cherubini – G. Della Lunga, *Stress Testing Techniques and Value at-Risk Measures: A Unified Approach*, July 1999
- R99-9** M. Esposito – E. Laruccia, *Exchange Rates Statistical Properties Implied in FX Options*, December 1999
- R99-10** M. Esposito, *Hedge Funds: la loro attività e le proposte di regolamentazione*, Dicembre 1999
- R99-11** G. Femminis – L. Ruggerone, *"Crony Capitalism", Bail-outs and Bank Runs*, December 1999
- R99-12** G. De Felice – M. Esposito – E. Laruccia, *La struttura settoriale del mercato azionario europeo*, Dicembre 1999
- R00-01** E. Laruccia – D. Revoltella, *Banking system stability in developing and transition economies: an analysis of the determinants of moody's bank financial strength rating*, January 2000
- R00-02** V. Lazzari – E. Laruccia, *La misurazione del rischio di credito per un portafoglio di finanziamenti bancari*, Febbraio 2000

IL VOSTRO INDIRIZZO È CORRETTO?

(per favore scrivete in stampatello)

NOME.....

SOCIETÀ.....

INDIRIZZO.....

CITTÀ.....

PROVINCIA.....

CAP-ZIP

STATO

Da restituire a:
BANCA COMMERCIALE ITALIANA
Servizio Studi e Analisi Finanziaria
via Borgonuovo 2
20121 Milano
fax (02) 88507195 - 6592469

(CR)

La Banca Commerciale Italiana è presente su Internet all'indirizzo
<http://www.bci.it>

Stampato dal
Centro Stampa della
Banca Commerciale Italiana
Milano 2000